

## Lepenje in trenje – merjenje koeficientov lepenja in trenja

### DELOVNI LIST Z RAZLAGO IN NAVODILI ZA POSKUSE

#### A Razlaga in izpeljava enačb

##### A1 Merjenje koeficienta lepenja s spreminjanjem nagiba podlage

Telo (kvader) postavimo na klanec (nagnjeno desko) in klancu postopoma povečujemo nagib, dokler telo ne zdrsne po njem. Težo telesa vektorsko razstavimo na dve komponenti, dinamično (vzporedno s klancem) in statično (pravokotno nanj):  $\vec{F}_g = \vec{F}_d + \vec{F}_s$ ; glej pravokotni trikotnik teh sil na sliki 1. Odslej ne bomo pisali vektorskega znaka nad simbolom za silo, ker bomo delali z velikostmi sil. Dokler telo miruje, sklepamo, da sila lepenja  $F_l$  uravnoveša dinamično komponento teže  $F_d$ . Vendar pa se sila lepenja ne more povečevati poljubno, temveč je maksimalna sila lepenja enaka vrednosti:  $F_{lM} = k_l F_n$ , kjer je  $k_l$  koeficient lepenja med podlago in stično ploskvijo telesa,  $F_n$  pa normalna (pravokotna komponenta) sila podlage na telo. Na klancu je zaradi ravnovesja sil le-ta enaka statični komponenti teže:  $F_n = F_s$ .

Zaradi podobnosti pravokotnih trikotnikov na sliki 1 velja enakost ustreznega razmerja katet:

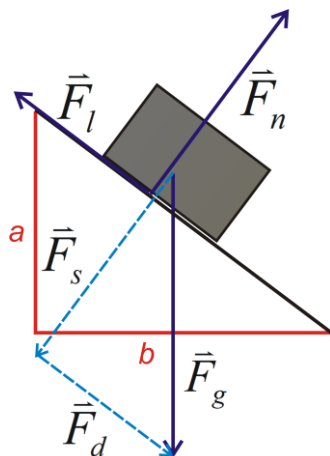
$$\frac{F_d}{F_s} = \frac{a}{b}$$

Ker so sile v ravnovesju, imamo dva para enakih sil:  $F_l = F_d$  in  $F_n = F_s$ , tako da enačbo prepišemo:

$$\frac{F_l}{F_n} = \frac{a}{b}$$

Za silo lepenja vzamemo njeno maksimalno možno vrednost tik pred zdrsom telesa:  $F_l = F_{lM} = k_l F_n$ , vstavimo v zadnjo enačbo in dobimo:

$$k_l = \frac{a}{b} \tag{1}$$



**Slika 1:** Sile na klancu pri lepenju

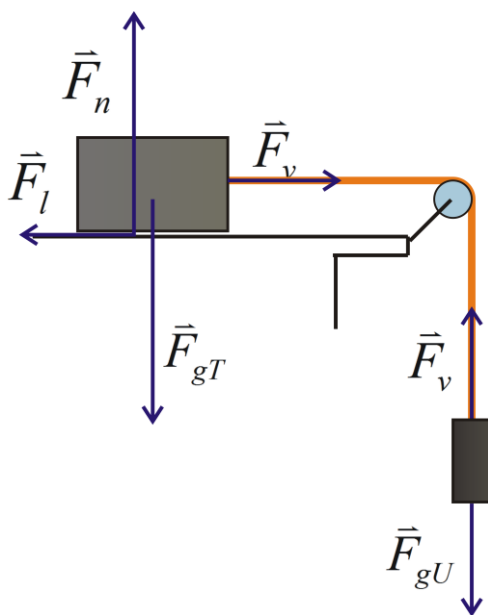
## A2 Merjenje koeficienta lepenja na vodoravni podlagi s škripecem in utežjo

Telo (kvader) z maso  $m_T$  postavimo na vodoravno podlago, nanj privežemo vrvico, jo napeljemo čez škripec na robu podlage, na njen prosti konec pa obešamo vedno več uteži (slika 2). V trenutku, ko telo zdrsne, je teža vseh uteži s skupno maso  $m_U$  ravno enaka maksimalni sili lepenja. Sila vrvice  $F_v$ , ki deluje na telo, je namreč po velikosti enaka teži uteži  $F_{gU}$ . Normalna sila tal  $F_n$  je enaka teži telesa  $F_{gT}$ , maksimalna sila lepenja pa je:  $F_{IM} = k_l F_n$ . Od tod lahko izračunamo koeficient lepenja med podlago in telesom:

$$F_{IM} = F_{gU}$$

$$k_l m_T g = m_U g$$

$$k_l = \frac{m_U}{m_T} \quad (2)$$



**Slika 2:** Sile na vodoravni podlagi pri lepenju. Opozorilo: sila vrvice na dveh mestih (pri telesu in pri uteži) je zaradi večje nazornosti obakrat označena z istim simbolom, čeprav vektorja nista enaka (imata enaki velikosti, a različni smeri).

### A3 Merjenje koeficienta trenja na vodoravni podlagi s škripcem in utežjo

Poskus je podoben kot pri merjenju koeficienta lepenja, le da je sedaj masa vseh uteži  $m_U$  večja od mejne vrednosti za zdrs telesa po vodoravni podlagi (slika 3). To je nekaj težja naloga kot pri razlagi A2, saj gre sedaj za neravnovesje sil in si je treba pomagati tudi z merjenjem poti  $s$  in časa  $t$ , v katerem naredi telo to pot. Začnemo s sistemom dveh enačb za 2. Newton zakon, ki opisuje gibanje telesa in spuščajoče uteži, kjer silo vrvice označimo z  $F_v$ :

$$m_T a = F_v - F_{tr} = F_v - k_{tr} m_T g$$

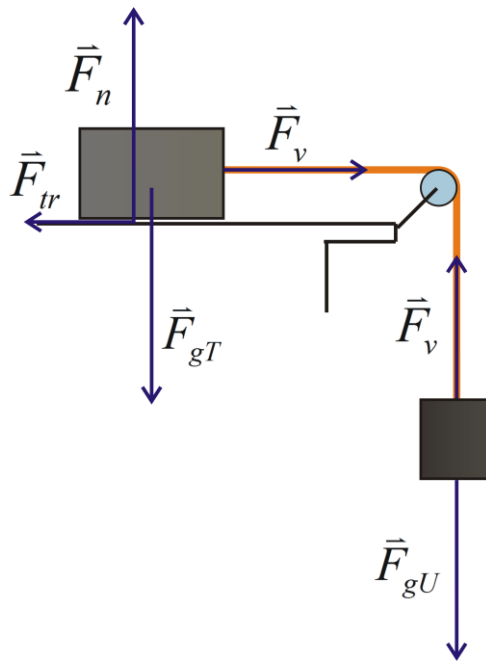
$$m_U a = F_g - F_v = m_U g - F_v$$

Pospešek  $a$  je namreč enak pri uteži in kvadru. Enačbi seštejemo, da izločimo neznanko  $F_v$ , potem pa izrazimo pospešek:

$$a = (m_U - k_{tr} m_T) g / (m_U + m_T)$$

Če upoštevamo enačbo za pot pri enakomerno pospešenem gibanju z začetno hitrostjo nič:  $s = a t^2 / 2$ , lahko nazadnje izrazimo  $k_{tr}$ :

$$k_{tr} = \frac{m_U}{m_T} - \frac{2s(m_U + m_T)}{gt^2 m_T} \quad (3)$$



**Slika 3:** Sile na vodoravni podlagi pri trenju. Razlika med to sliko in sliko 2 je v tem, da imamo sedaj namesto sile lepenja silo trenja; medtem ko so bile prej tri sile enake:  $F_l = F_v = F_{gU}$ , velja sedaj neenakost:  $F_{tr} < F_v < F_{gU}$ , saj se giblje telo pospešeno na desno, utež pa pospešeno navzdol.

## B Opisi poskusov

**POSKUS B1:** Merjenje koeficientov lepenja z nagibanjem podlage

**Razlaga A1, enačba (1)**

**POTREBŠČINE:** več kvadrov iz različnih snovi, lesena deska, ravnilo

**POTEK:** Kvader postavite na desko na delovni mizi. Počasi ji povečujte nagib, dokler kvader ne zdrsne. Pri kotu, pri katerem se to zgodi, izmerite z ravnilom vodoravno in navpično razdaljo pri nagibu deske (stranici  $a$  in  $b$  na sliki 1). Poskus naredite za več materialov. V šoli si na delovni list zapišite le izmerjene vrednosti, račun koeficienta lepenja pa naj naredi vsak sam doma. Skupina naj skuša poskus dodelati, da bodo meritve čim natančnejše, npr. povečevanje nagiba deske z uporabo stojala z vijakom namesto z roko, itd.

**POSKUS B2:** Merjenje koeficientov lepenja na vodoravni podlagi

**Razlaga A2, enačba (2)**

**POTREBŠČINE:** več kvadrov iz različnih snovi, lesena deska, lahka vrvica (nit), škripec, komplet uteži, tehtnica

**POTEK:** Kvader postavite na desko na delovni mizi. Na kaveljček privežite vrvico, jo napeljite čez škripec na robu podlage (poskrbite, da bo vrvica vodoravna), na njen prosti (viseči) konec pa obešajte vedno več uteži. Zabeležite si maso kvadra in maso vseh uteži v trenutku, ko kvader zdrsne. Poskus naredite za več materialov. V šoli si na delovni list zapišite le izmerjene vrednosti, račun koeficienta lepenja pa naj naredi vsak sam doma.

Skupina naj skuša poskus dodelati, da bodo meritve čim natančnejše, npr. dodajanje majhnih uteži, tik preden kvader zdrsne, itd.

**POSKUS B3:** Merjenje koeficientov trenja na vodoravni podlagi (zahtevnejši poskus)

**Razlaga A3, enačba (3)**

**POTREBŠČINE:** kvader, lesena deska, ravnilo ali metrski trak, lahka vrvica (nit), škripec, komplet uteži, tehtnica, stoparica

**POTEK:** Kvader postavite na desko na delovni mizi. Na kaveljček privežite vrvico, jo napeljite čez škripec na robu podlage (poskrbite, da bo vrvica vodoravna), na njen prosti (viseči) konec pa obešajte vedno več uteži, dokler kvader ne zdrsne. Nato dodajte še kako utež. Zabeležite si maso kvadra in maso vseh uteži. Vnaprej izberite in na deski označite primerno razdaljo, ki naj bi jo kvader pri drsenju prepotoval, nato pa izmerite še čas drsenja. V šoli si na delovni list zapišite le izmerjene vrednosti, račun koeficienta trenja pa naj naredi vsak sam doma. Skupina naj skuša poskus dodelati, da bodo meritve čim natančnejše, npr. z izbiro tolikšne skupne mase uteži, da se kvader ne bo premikal niti prepočasi niti prehitro in bo merjenje časa učinkovito in dovolj natančno.

## C Dodatna navodila in posebne naloge

**POMEMBNO:** Po izvedenih poskusih si zapiši tudi rezultate drugih skupin, o katerih poročajo. Delovne list doma izpolni v celoti. Enako velja za vse meritve pri demonstracijskih frontalnih poskusih (če gre za učiteljeve demonstracijske poskuse namesto dela po skupinah).

Podatke in izračune ter odgovore na POSEBNE NALOGE lahko pišeš spodaj na ta list ali pa drugam. Označi poskus, ki ga je delala tvoja skupina, če je delo potekalo po skupinah (B1, B2 ali B3). Napiši tudi sklepe oziroma skupne ugotovitve za serijo vseh 3 poskusov.

**POSEBNE NALOGE** (domače delo po učiteljevem naročilu):

I)

### NALOGA V ZVEZI S SLIKO 1

Pokaži, da sta oba narisana pravokotna trikotnika na sliki res podobna (torej imata paroma enake kote): označi kote obeh trikotnikov kar na sliki.

II)

### GRAFIČNA NALOGA

Teža telesa na vodoravni podlagi je 100 N, koeficient lepenja pa 0,25. Težo uteži postopno povečujemo. Nariši graf odvisnosti  $F_l$  (sile lepenja in ne njene maksimalne vrednosti  $F_{lM}$ !) od teže uteži  $F_{gU}$ . Vzemi samo smiselni razpon vrednosti  $F_{gU}$ !

III)

### MISELNA NALOGA

Razmisli, kaj imata enačbi (2) in (3) skupnega, v čem se razlikujeta in zakaj.

## DODATEK

Tabela 1: Nekaj koeficientov lepenja med pari različnih površin, če so gladke in suhe. Vir:

[http://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d\\_778.html](http://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d_778.html)

Material 1	Material 2	Kl
Aluminij	Aluminij	1,05 – 1,35
Aluminij	taljeno jeklo	0,61
Medenina	Jeklo	0,35
Oglje	Jeklo	0,14
Baker	Baker	1
Diamant	Diamant	0,1
Steklo	Steklo	0,9 – 1
Steklo	Kovina	0,5 – 0,7
Led	Les	0,05
Pleksi steklo	Pleksi steklo	0,8
Guma	Asfalt	0,9
Jeklo	Jeklo	0,8
Les	Les	0,25 – 0,5
Les	Kovina	0,2 – 0,6